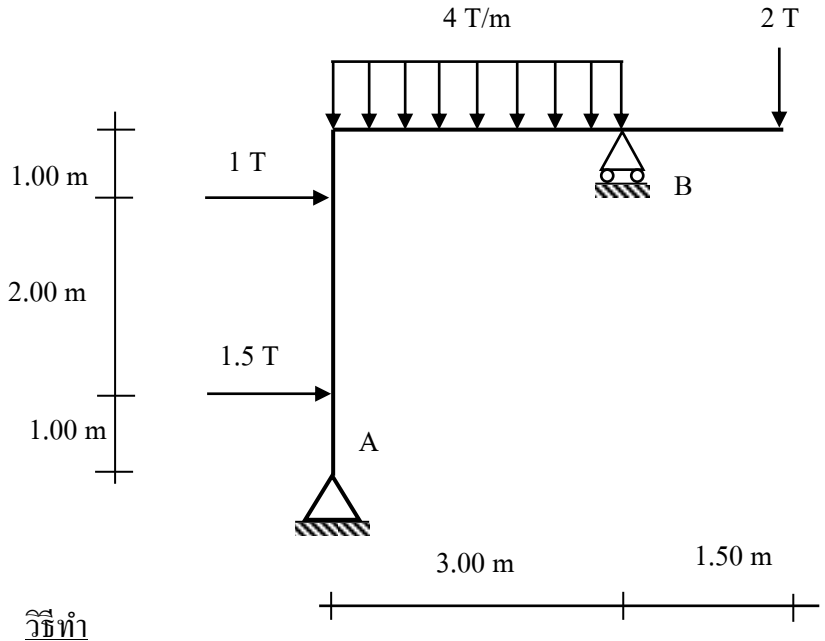
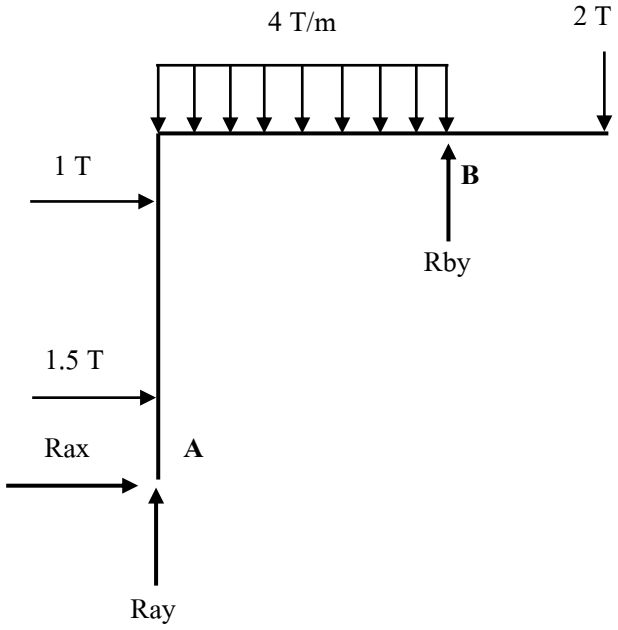
ตัวอย่างที่ 3 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้าง



<u>วิธีทำ</u>

เขียน Free Body Diagram



หาแรงปฏิกิริยา

Take moment at A

$[\Sigma MA = 0 ; \circlearrowleft +]$

$(3.00 \times Rby) - (1.5 \times 1.00) - (1 \times 3.00) - (4 \times 3 \times 1.50) - (2 \times 4.50) = 0$

$(3.00 \times Rby) - (1.5) - (3) - (18) - (9) = 0$

$$Rby = \frac{1.5+3+18+9}{3.00}$$

$Rby = 10.5 \text{ T} \uparrow$ *ANS.*

$[\Sigma Fy = 0; + \uparrow]$

$Ray + Rby - (4 \times 3.00) - (2) = 0$

$Ray + 10.5 - (12) - (2) = 0$

$Ray = 3.5 \text{ T} \uparrow$ *ANS.*

$[\Sigma Fx = 0; + \rightarrow]$

$Rax + 1.5 + 1 = 0$

$Rax = 2.5 \text{ T} \leftarrow$ *ANS.*

ตรวจสอบคำตอบ

Take moment at A

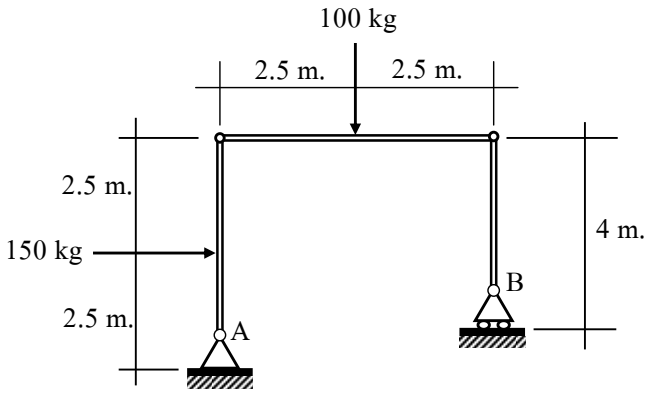
$[\Sigma MB = 0 ; \circlearrowright +]$

$\Sigma MB = (3.5 \times 3.00) + (2.5 \times 4.00) - (1.5 \times 3.00) - (1 \times 1.00) - (4 \times 3 \times 1.50) + (2 \times 1.50) = 0$

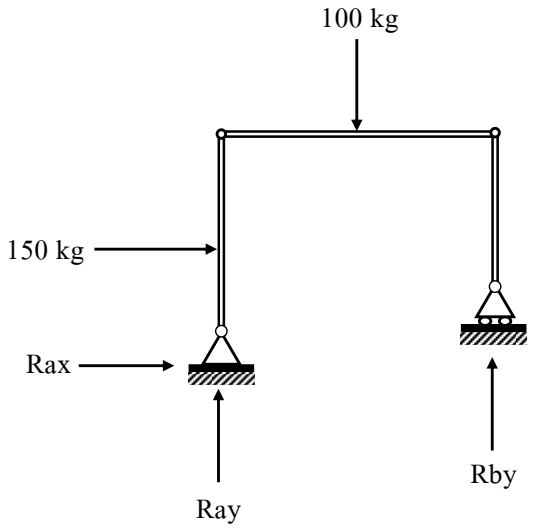
$0 = 0$

Note : กรณีนี้ต้องเลือกจุดหมุนที่ A เพื่อให้ Ray และ Rby และ Rax มีค่าเป็นศูนย์ จึงหา Rby ได้

ตัวอย่างที่ 4 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาในโครงสร้าง



วิธีทำ



Free body diagram

เลือก Support a เป็นจุดหมุน Take Moment

$\sum MA = 0$ ↺ +

$(Rby \times 5.00) - (100 \times 2.5) - (150 \times 2.5) = 0$

$$Rby = \frac{\left[(100 \times 2.5) + (150 \times 2.5)\right]}{5.00}$$

$Rby = 125$ kg ***Ans***

$\sum Fy = 0$ ↑ +

$Ray + Rby - 100 = 0$

$Ray = 100 - 125$

$Ray = -25$ kg ***Ans*** ↓ +

$\sum Fx = 0$ → +

$Rax + 150 = 0$

$Rax = -150$ kg ***Ans*** ← +

	เนื้อหาการสอน	สัปดาห์ที่ 7	หน้าที่ 4
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

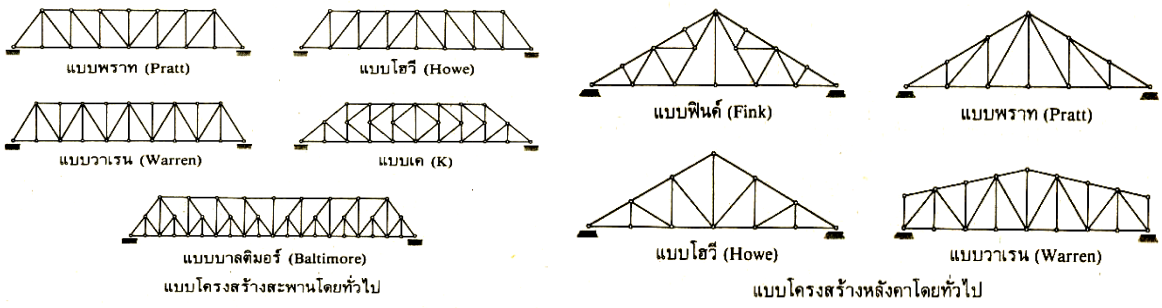
แรงสองมิติในโครงสร้าง

1. บทนำ

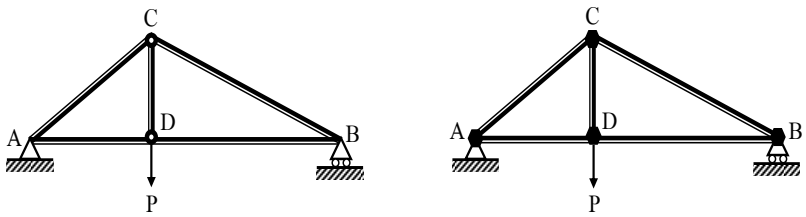
ในบทนี้จะศึกษาถึงแรงภายในที่กระทำกับชิ้นส่วนของโครงสร้างซึ่งได้แก่ โครงถัก (Truss) โครงกรอบและเครื่องจักรกล (Frame and Machine) โดยจะพิจารณาเฉพาะโครงสร้างที่สามารถวิเคราะห์ด้วยสถิตศาสตร์ได้ (Statically Determinate) คือโครงสร้างที่ไม่มีการยึดติดมากเกินความจำเป็นและไม่มีชิ้นส่วนน้อยเกินไป ซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

2. โครงถักระนาบ

โครงถักระนาบ (Plane Truss) ประกอบด้วยโครงกรอบที่ต่อกันเป็นโครงสร้างที่แข็งแรง เช่น โครงหลังคาและโครงสะพาน ชิ้นส่วนของโครงถักอาจเป็นรูปตัว I หรือ เหล็กฉาก ฯลฯ จุดต่อหรือจุดยึดกันของชิ้นส่วนทั้งหมดอาจใช้การเชื่อม การย้ำ สลัก หรือสลักเกลียว เมื่อชิ้นส่วนของโครงถักอยู่ในระนาบเดียวกันเรียกว่าโครงถักระนาบ รูปที่ 1 แสดงตัวอย่างของโครงหลังคาและโครงสะพานแบบต่างๆ รูปที่ 2 แสดงโครงระนาบโดยใช้จุดต่อโดยการเชื่อม (ก) และใช้สลัก (ข)



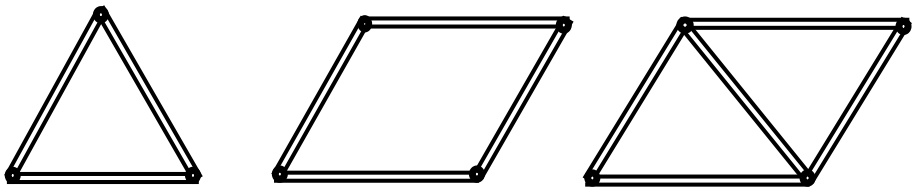
รูปที่ 1 ตัวอย่างโครงหลักคาและโครงสะพาน



รูปที่ 2 จุดต่อของโครงถักหระนาบ

	เนื้อหาการสอน	สัปดาห์ที่ 7	หน้าที่ 5
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

ชิ้นส่วนพื้นฐานของโครงถักระนาบคือรูปสามเหลี่ยม เรามักพบโครงถักทั่วไปต่อกันเป็นรูปสามเหลี่ยมเสมอ เพราะให้ความแข็งแรงมากที่สุด รูปที่ 3(ก) โครงสร้างรูปสามเหลี่ยมที่ให้ความแข็งแรงมากที่สุด รูปที่ 3(ข) โครงสร้างรูปสี่เหลี่ยมซึ่งไม่แข็งแรง แต่สามารถทำให้แข็งแรงได้โดยการเสริมชิ้นส่วนในแนวทแยงมุมอีกหนึ่งชิ้นเพื่อให้เป็นสามเหลี่ยมสองรูปต่อกัน ดังรูปที่ 3(ค) โครงที่มีขนาดใหญ่จะมีโครงสามเหลี่ยมต่อกันหลายๆ โครง



(ก) (ข) (ค)

รูปที่ 3

รูปที่ 4 แสดงโครงสะพานซึ่งประกอบด้วยโครงถักระนาบสองชุดในแนวราวสะพานทั้งสองข้าง โครงถักระนาบแต่ละข้างประกอบด้วยโครงรูปสามเหลี่ยมเรียงต่อกันเป็นแนว

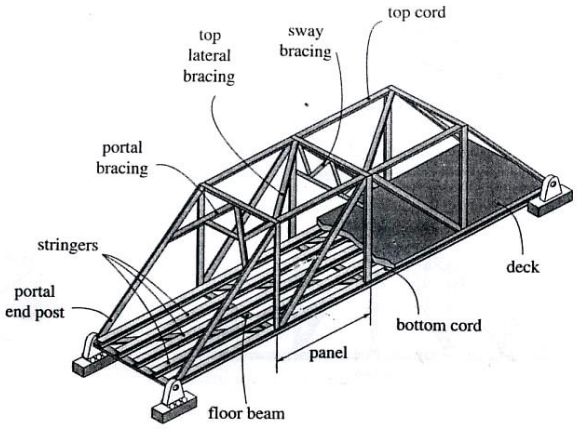


Fig. 3–4

รูปที่ 4 โครงสะพาน

โครงข้อหมุนหรือโครงถัก (Truss) เป็นโครงสร้างแบบอย่าง Determinate มีที่รองรับเหมือนคานช่วงเดียวธรรมดา ปลายข้างหนึ่งเป็นที่รองรับแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ไม่ได้ (Hinge Supper) อีกข้างหนึ่งเป็นแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ได้ (Roller Supper) ภายในโครงข้อหมุนประกอบด้วยองค์อาคาร (Members) เป็นท่อนตรงยึดต่อกัน

	เนื้อหาการสอน	สัปดาห์ที่ **7**	หน้าที่ **6**
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

โดยการเชื่อม (Welding) หมุดยึด (Rivets) สลักเกลียว (Bolt) ยึดโยงกันเป็นโครงสร้างที่มั่นคงตรงจุดต่อ (Joint) มีรูปร่างและสามารถรับแรงโดยตรงได้ตามต้องการ เหมาะกับโครงสร้างช่วงกว้างๆ ซึ่งมีลักษณะทางทฤษฎีดังนี้

1. องค์อาคาร (Members) แต่ละท่อนที่นำมาประกอบกันจะต้องเป็นท่อนตรงตลอดและแนวแกนกลางจะต้องพบกันที่จุดต่อ
2. จุดต่อทั้งหลายถือเป็นจุดต่อแบบยึดหมุน (Pin Joint) นั้นคือโมเมนต์ดัดตรงจุดต่อเท่ากับศูนย์
3. แรงหรือน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงข้อหมุนให้กระทำตรงจุดต่อเท่านั้น

	เนื้อหาการสอน	สัปดาห์ที่ **7**	หน้าที่ **7**
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

2.1 หลักการวิเคราะห์แรง

ในการวิเคราะห์แรงภายในแต่ละชิ้นนั้น เพื่อให้การคำนวณสะดวกและง่ายขึ้น จะต้องสมมุติดังต่อไปนี้

ชิ้นส่วนเป็นประเภทรับแรงสองแรง (Two-Force Member) ชิ้นส่วนจะรับแรงกดหรือแรงดึงเท่านั้นในแนวตามความยาวของชิ้นส่วน โดยแรงทั้งสองแรงต้องมีขนาดเท่ากันและทิศทางตรงกันข้าม ดังรูปที่ 5 (a) รับแรงดึง รูป 5 (b) รับแรงกด

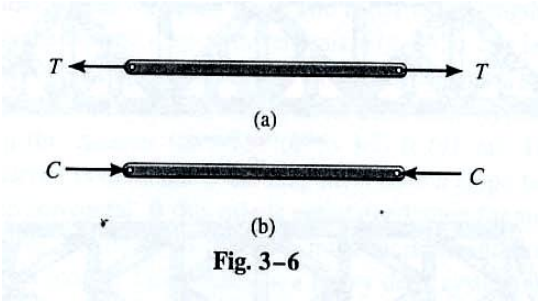


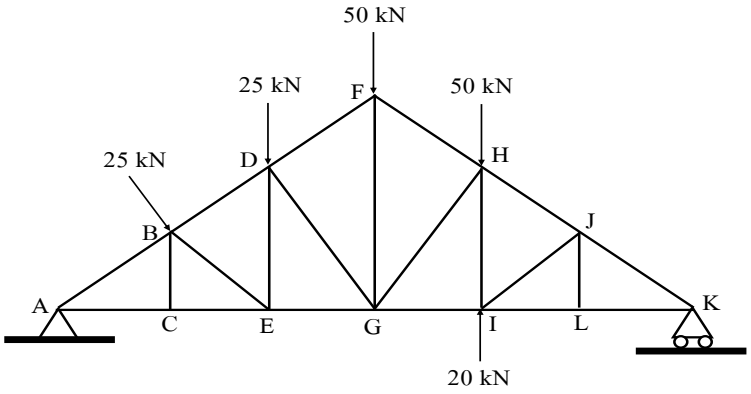
Fig. 3–6

รูปที่ 5 ชิ้นส่วนรับแรงสองแรง

1.) น้ำหนักชิ้นส่วนน้อยมากเมื่อเทียบกับแรงกระทำกับโครงสร้างโดยตรง จึงมักไม่คิดน้ำหนักของชิ้นส่วนของโครงสร้าง แต่ถ้าต้องการคิดน้ำหนักของชิ้นส่วนด้วย จะสมมุติว่าแรง $\frac{W}{2}$ กระทำที่ปลายชิ้นสาวนแต่ละข้าง เมื่อ W คือน้ำหนักของชิ้นส่วนนั้น เสมือนว่ามีแรงกระทำจากภายนอกเท่ากับ $\frac{W}{2}$ กระทำที่ปลายชิ้นส่วนแต่ละชิ้น

2.) ชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงสร้างที่เชื่อมต่อกันด้วยการเชื่อมหรือการย้ำ ให้สมมุติว่าเชื่อมต่อกันโดยสลักร้อยผ่านชิ้นส่วนเหล่านั้น

3.) แรงภายนอกที่กระทำต่อโครงถักให้ถือว่ากระทำตรงข้อสลักดังกล่าว ไม่ใช้กระทำที่ส่วนอื่นของชิ้นส่วน ดังรูปที่ 6. ซึ่งจะเห็นได้ว่าแรงทุกแรงจะกระทำตรงจุดต่อของชิ้นส่วน



รูปที่ 6. แรงกระทำตรงจุดต่อของชิ้นส่วน

ในกรณีที่เป็นโครงสร้างขนาดใหญ่ ชิ้นส่วนต่างๆ อาจยืดและหดตัวลงได้เนื่องจากอุณหภูมิ ดังนั้นเพื่อป้องกันการบิดตัวและโก่งตัวของโครงสร้างจึงนิยมให้จุดรองรับข้างใดข้างหนึ่งขยับตัวได้ตามแนวความยาว โดยมักใช้จุดรองรับเป็นแบบลูกกลิ้งหรือข้อต่อแบบล้อเลื่อนได้

ผังวัตถุอิสระ

ก่อนเริ่มการคำนวณจำเป็นต้องเขียนผังอิสระของโครงถักทั้งชุดก่อน แล้วคำนวณหาแรงปฏิกิริยาทั้งหมดตรงบริเวณจุดรองรับซึ่งเนื่องมาจากแรงกระทำภายนอก แล้วจึงคำนวณแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนภายหลัง ซึ่งอาจจะใช้วิธีจุดต่อ หรือตัด Section ก็ได้

2.2 ประเภทของโครงถัก

โครงถักแบ่งออกเป็น 2 ชนิดได้แก่

1. โครงถักระนาบที่สามารถคำนวณได้ด้วยสมการสมดุล ($\sum F = 0$ และ $\sum M = 0$) โดยจะต้องมีเงื่อนไขดังนี้

$$m + 3 = 2j$$

เมื่อ m คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงถัก

3 คือจำนวนตัวไม่ทราบค่าทั้งหมดของจุดรองรับ

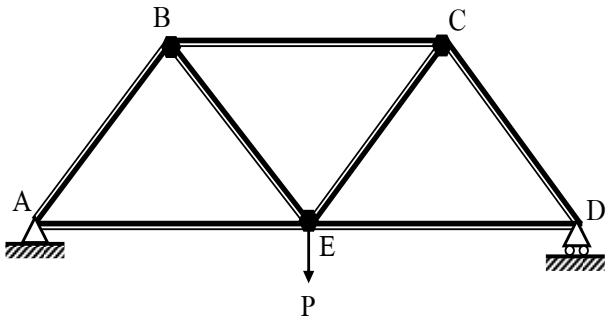
j คือจำนวนจุดยึดต่อทั้งหมดของโครงถักระนาบ

เช่นโครงสร้างตามรูปที่ 7. มีจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดเท่ากับ 7 ชิ้น จุดยึดต่อของโครงถักเท่ากับ 5 ดังนั้น

จาก $m + 3 = 2j$

จะได้ $7 + 3 = (2 \times 5)$

$10 = 10$



รูปที่ 7. โครงถักระนาบ

2. โครงถักระนาบที่ไม่สามารถคำนวณได้ด้วยสมการสมดุล

ในกรณีที่ $m + 3 > 2j$ หมายถึงโครงถักระนาบมีมากเกินความจำเป็นสำหรับการสมดุลของโครงสร้าง

แต่ถ้า $m + 3 < 2j$ หมายถึงโครงถักระนาบมีชิ้นส่วนไม่เพียงพอต่อสมดุลของโครงสร้าง และจะทำให้โครงสร้างเสียหายเมื่อมีแรงมากระทำ

สำหรับการศึกษาในระดับนี้จะวิเคราะห์โครงสร้างในกรณีที่สามารถคำนวณได้ด้วยสมการสมดุลเท่านั้น

3. วิธีคำนวณหาแรง

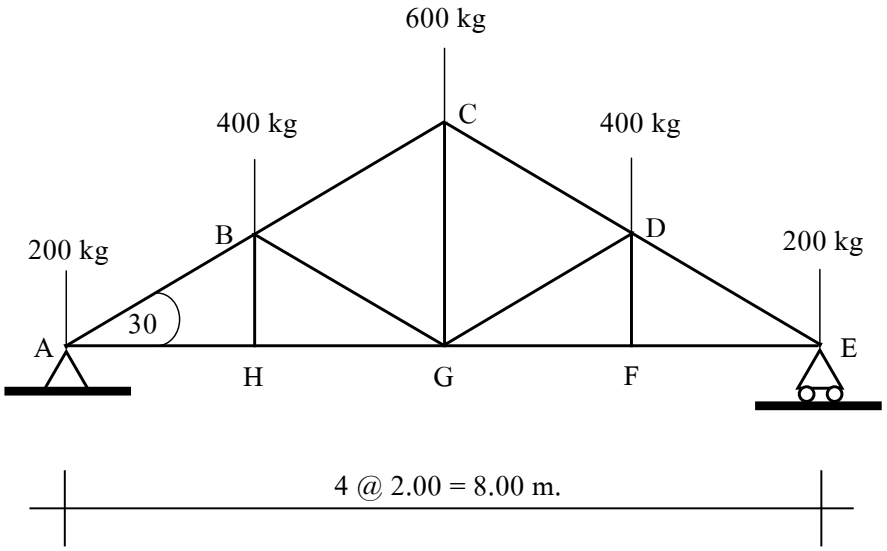
การคำนวณหาแรงในชิ้นส่วนต่างๆ ทำได้ 2 วิธีดังนี้

3.1 วิธีจุดต่อ (Method of Joint) มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. เขียนผังวัตถุอิสระของโครงสร้างทั้งหมด
2. ใช้หลักการของการสมดุลคำนวณหาแรงปฏิกิริยาของโครงสร้างทั้งหมด
3. จุดที่พิจารณานั้นให้เริ่มต้นที่จุดซึ่งมีตัวทราบค่าอยู่แล้วอยู่ด้วย และมีตัวไม่ทราบค่าไม่เกิน 2 ตัว

4. ตั้งแกน x –y ผ่านจุดที่พิจารณา เขียนแรงปฏิกิริยาตรงจุดนั้น ชิ้นส่วนใดที่รับแรงดึงจะเขียนทิศทางของแรงนั้น และชิ้นส่วนใดที่รับแรงกดจะเขียนทิศทางของแรงเข้าหาจุด
5. ใช้สมการสมดุล $\sum F = 0$ และคำนวณหาตัวไม่ทราบค่าได้ตามต้องการ
6. ย้ายจุดพิจารณาไปยังจุดอื่นอีก ทำให้สามารถคำนวณแรงภายในชิ้นส่วนทุกชิ้นของโครงสร้างได้ทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 1 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงข้อหมุนดังรูปด้วยวิธีจุดต่อ (Mothod of Joint)



วิธีทำ หาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ

$\sum MA = 0$ $\circlearrowleft +$

$(Rey \times 8) - (200 \times 8) - (400 \times 6) - (600 \times 4) - (400 \times 2) = 0$

$8Rey = 1600 + 2400 + 2400 + 800$

$Rey = \frac{7200}{8} = 900$ kg.

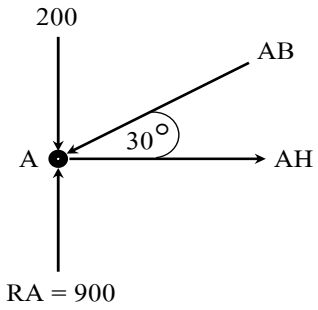
$\sum Fy = 0$ $\uparrow +$

$Ray + Rey - 200 - 400 - 600 - 400 - 200 = 0$

$Ray = 1800 - Rey = 1800 - 900$

$Ray = 900$ kg.

คำนวณหาแรงภายในโครงถัก



พิจารณาจุดต่อ A

$\sum Fy = 0$ ↑ +

$900 - AB\sin 30 - 200 = 0$

$AB = \dfrac{200-900}{-\sin 30}$

$AB = 1400$ kg. (แรงอัด) ***Ans***.

$\sum Fx = 0$ → +

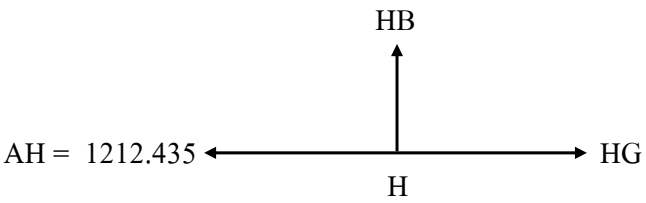
$AH - AB\cos 30 = 0$

$AH = AB\cos 30$

$= 1400\cos 30$

$= 1212.435$ kg. (แรงดึง) ***Ans.***

พิจารณาจุดต่อ H



$\sum Fy = 0$ ↑ +

$HB = 0$

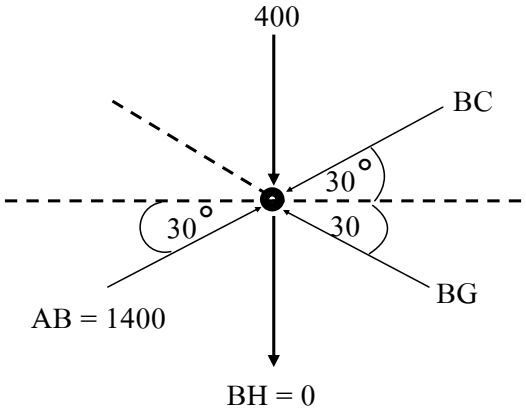
$\sum Fx = 0 \longrightarrow +$

$GH - AH = 0$

$GH - 1212.435 = 0$

$HG = 1212.435$ kg. (แรงดึง) ***Ans.***

พิจารณาที่จุด B



$\sum Fy = 0 \uparrow +$

$BGsin30 + ABsin30 - BCsin30 - 400 = 0$

$0.5BG + (1400 \times 0.5) - 0.5BC - 400 = 0$

$0.5BG - 0.5BC + 300 = 0$ (1)

$\sum Fx = 0 \longrightarrow +$

$- BGcos30 + ABcos30 - BCcos30 = 0$

$- 0.866BG + (1400 \times 0.866) - 0.866BC = 0$

$- 0.866BG - 0.866BC + 1212.4 = 0$

$$BG = \frac{0.866BC - 1212.4}{-0.866}$$

$BG = - BC + 1400$ (2)

นำสมการที่ (2) แทนในสมการที่ (1)

$(0.5)(-BC + 1400) - 0.5BC + 300 = 0$

$-0.50BC + 700 - 0.5BC + 300 = 0$

$-BC = -1000$

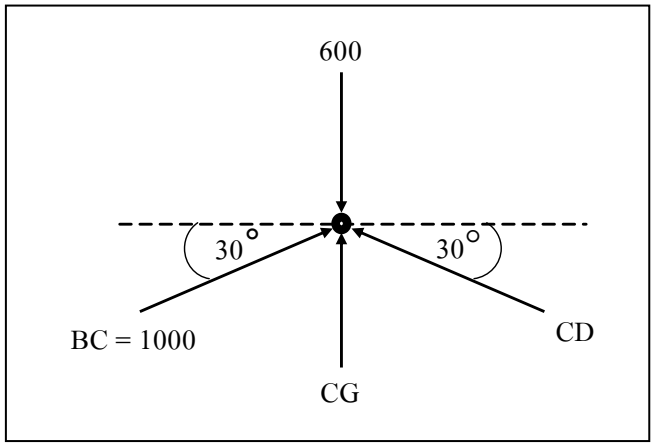
$BC = 1000$ kg. (แรงอัด) ***Ans***

นำค่า BC แทนในสมการที่ (2)

$BG = (-1000) + 1400$

$BG = 400$ kg. (แรงอัด) ***Ans.***

พิจารณาที่จุด C



$\sum Fx = 0 \longrightarrow +$

$-CD\cos 30 + BC\cos 30 = 0$

$-CD\cos 30 + 1000\cos 30 = 0$

$CD = \dfrac{-1000\cos 30}{-\cos 30}$

$= 1000$ kg. (แรงอัด) ***Ans.***

$\sum Fy = 0 \uparrow +$

$CG + BC\sin 30 + CD\sin 30 - 600 = 0$

$CG + 1000\sin 30 + 1000\sin 30 - 600 = 0$

$CG = 600 - 500 - 500$

$CG = -400$ kg. (แรงดึง) ***Ans.***

เนื่องจากเป็นโครงสร้างแบบสมมาตร ดังนั้น แรงในโครงสร้างอีกด้านหนึ่งจะเท่ากับที่หาไปแล้วในด้านซ้าย

<u>ขนาดและทิศทางของแรงในโครงข้อหมุนดังรูป</u>